Laborator 10
Metoda Backtracking

Probleme rezolvate

1. Sa se genereze toti vectorii cu n elemente in care sa fie 0 de m ori, 1 de p ori si 2 de q ori.

Rezolvare:
Codul sursa este urmatorul:

```
#include<iostream.h>
int st[20],k,p,as,ev,n,m,q,i;
void init(int k,int st[ ])
{
  st[k]=-1;
}
int succesor(int k,int st[ ])
{
   if ( st[k]<2 && k<=n )
                 {
                  st[k]=st[k]+1;
                  as=1;
                  }
      else as=0;
    return as;
}
int valid(int k,int st[ ])
{
            ev=1;
            return ev;
}
int solutie(int k)
{
   int a=0,b=0,c=0;
   if(k==n)
   {
               for (i=1;i<=n;i++)
               switch(st[i])
                 {
                   case 0:a++; break;
                   case 1:b++; break;
                   case 2:c++; break;
                 }
               if ((a==m) && (b==p) && (c==q)) return 1;
               else return 0;
   }
   else return 0;
}
void tipar(void)
{
  for(int i=1;i<=k;i++)
```

```
            cout<<"  "<<st[i];
 cout<<"\n";
 }
int main(void)
{
  cout<<"Dati n = "; cin>>n;
  cout<<"Dati m = "; cin>>m;
  cout<<"Dati p = "; cin>>p;
  cout<<"Dati q = "; cin>>q;
  k=1; init(k,st);
  while (k>0)
 {
              do{
                     as=succesor(k,st);
                     if (as) ev=valid(k,st);
               }while (!( !as || (as && ev)));
              if (as)
                        if (solutie(k)) tipar();
                        else
                         {
                           k++;
                           init(k,st);
                         }
              else
                           k--;
 }
}
```

2. Variante de PRONOSPORT

Să se determine toate variantele de pronosport cu 13 rezultate din (1,x,2) care conţin exact n1 simboluri '1'; nx simboluri 'x' şi n2 simboluri '2' (cu condiţia n1 + nx + n2 = 13).

Rezolvare:

Codul sursa este urmatorul:

```
#include<iostream.h>
int st[20],k,p,as,ev,n1,n2,nx;
/* in stiva vom pune:1,2,3(pentru x) */

void init(int k,int st[ ])
{
  st[k]=0;
}

int succesor(int k,int st[ ])
{
   if ( st[k]<3 )
                 {
                  st[k]=st[k]+1;
                  as=1;
                  }
      else as=0;
    return as;
}
```

```
int valid(int k,int st[ ])
{
        ev=1;
        int y=0,z=0,t=0,i;
  for (i=1;i<=k;i++)
                if (st[i]==1) y++;
                  else if (st[i]==2) z++;
                          else t++;
  if (y<=n1 && z<=n2 && t<=nx) ev=1;
        else ev=0;
  return ev;
}

int solutie(int k)
{
        int y=0,z=0,t=0,i;
        for (i=1;i<=k;i++)
                if (st[i]==1) y++;
           else if (st[i]==2) z++;
                          else t++;
        if (y==n1 && k==13 && z==n2 && t==nx) return 1;
        else return 0;
}

void tipar(void)
{
 int i;
 for (i=1;i<=13;i++)
        switch (st[i])
                {
                 case 1:cout<<"1 ";break;
                 case 2:cout<<"2 ";break;
                 case 3:cout<<"x ";break;
                }
 cout<<"\n";
}

int main(void)
{
  cout<<"Dati n1 = "; cin>>n1;
  cout<<"Dati nx = "; cin>>nx;
  n2 = 13 - n1 - nx;
  k=1; init(k,st);
  while (k>0)
 {
          do{
                as=succesor(k,st);
                if (as) ev=valid(k,st);
           }while (!( !as || (as && ev)));
          if (as)
                  if (solutie(k)) tipar();
                  else
                   {
                     k++;
                     init(k,st);
                   }
          else
```

```
                    k--;
  }
}
```

3. Generarea numerelor binare.

Sa se genereze toate numere binare de 6 cifre care sa aiba 2 cifre de "0" si 4 cifre de "1".

Rezolvare:

Codul sursa este urmatorul:

```
#include<iostream.h>
int st[20],k,p,as,ev;

void init(int k,int st[ ])
{
  st[k]=-1;
}

int succesor(int k,int st[ ])
{
   if ( st[k]<1 && k<=6 )
                {
                 st[k]=st[k]+1;
                 as=1;
                 }
      else as=0;
    return as;
}

int valid(int k,int st[ ])
{
            int i,j=0;
            ev=1;
            if(k>2)
            {
              for(i=1;i<=k-1;i++)
                 if(st[i]==0) j++;
              if((st[k]==0) && (j==2)) ev=0;
            }
            return ev;
}

int solutie(int k)
{
            int j=0,i;
            for(i=1;i<=k;i++)
                        if(st[i]==0) j++;
            if((k==6) && (j==2)) return 1;
            else return 0;
}
```

```
void tipar(void)
{
 int i;
 for (i=1;i<=k;i++)
          cout<<st[i]<<" ";
 cout<<"\n";
}

int main(void)
{
  int a=0;          // numar cate solutii sunt
  k=1; init(k,st);
  while (k>0)
 {
              do{
                      as=succesor(k,st);
                      if (as) ev=valid(k,st);
               }while (!( !as || (as && ev)));
              if (as)
                        if (solutie(k)){  a++; tipar();       }
                        else
                         {
                           k++;       init(k,st);
                         }
              else          k--;
 }
}
```

Probleme propuse spre rezolvare

1. Să se ruleze programele prezentate mai sus, urmărind apelurile şi valorile parametrilor de apel.

2. Să se afişeze toate soluţiile ecuaţiei în mulţimea numerelor naturale: 3x+y+4xz=100.

3. Folosind metoda backtracking sa se genereze in ordine lexicografica cuvintele de cate pentru litere din multimea A={a,b,c,d,e}, cuvinte care nu contin doua vocale alaturate. Primele 8 cuvinte generate sunt, in ordine: abab, abac, abad, abba, abbb, abbc, abbd, abbe.

4. Să se determine toate cuvintele ce conţin numai literele a,b,c de lungime 10 care conţin exact 3 simboluri 'a'; 4 simboluri 'b' şi 3 simboluri 'c'.

5. Să se determine toate numerele în baza 8 de lungime 10 care conţin cel mult 5 cifre de 7 şi exact 3 cifre 0.

6. Să se afişeze toate posibilităţile de colorare a unui graf neorientat cu n vârfuri folosind m culori astfel încât două noduri vecine să aibă culori diferite.

7. Avem la dispoziţie 6 culori: alb, galben, roşu, verde, albastru şi negru. Să se precizeze toate drapelele tricolore care se pot proiecta, ştiind că trebuie respectate următoarele reguli:

- orice drapel are culoarea din mijloc galben sau verde;
- cele trei culori de pe drapel sunt distincte.

Exemple: "alb galben roşu", "roşu verde galben"
Indicatii: Folosim o stivă cu 3 nivele, reprezentând cele trei culori de pe drapel şi codificăm culorile prin numere:
1 – alb
2 – galben
3 – roşu
4 – verde
5 – albastru
6 - negru

8. Să se descompună un număr natural N, în toate modurile posibile, ca sumă de P numere naturale (P<=N).
Indicatii: Folosim o stivă cu P nivele, unde fiecare nivel ia valoarea unui termen din sumă. Variabila S reţine suma primelor k nivele pentru a putea testa validitatea elementului aşezat pe poziţia curentă fără a mai face o parcurgere suplimentară a stivei. Condiţia de validitate devine: S+ST[k]<N.
Pentru a evita afişarea descompunerilor identice, cu ordinea termenilor schimbată, forţăm ordinea crescătoare (nu strict crescătoare!) a termenilor din sumă, prin iniţializarea unui nivel din stivă cu valoarea nivelului anterior.

9. Se dă un număr natural par N. Să se afişeze toate şirurile de N paranteze care se închid corect.
Indicatii: Un şir de N paranteze care se închid corect, este un şir în care fiecărei paranteze deschise îi corespunde o paranteză închisă la o poziţie ulterioară în şir.
Exemple de şiruri corecte: (())() ; ((())) ; ()()()
Exemple de şiruri incorecte: ())()) ; ((()() ;)()()(

Deducem din propoziţia de mai sus o primă condiţie necesară pentru ca un şir de paranteze să se închidă corect şi anume că nu trebuie să deschidem mai mult de N/2 paranteze. După cum se vede însă din aceste exemple (incorecte), această condiţie nu este suficientă: (()))(;)))(((;)()()(.
A doua condiţie este să nu închidem mai multe paranteze decât am deschis.
Pentru formalizarea condiţiilor notăm cu Nd(k) şi Ni(k) numărul de paranteze deschise, respectiv închise, până la poziţia k a şirului, inclusiv. Cele două condiţii sunt:

1. Nd(k) <= N/2, 1 <= k <= n
2. Nd(k) >= Ni(k), 1 <= k <= n

Pentru implementare folosim o stivă cu N nivele:
st[i] = 1, dacă paranteza de pe poziţia i este deschisă
2, dacă paranteza de pe poziţia i este închisă.
În variabilele Nd şi Ni avem numărul de paranteze de fiecare fel aşezate în şir până la poziţia curentă, k.
Pentru a aşeza o paranteză deschisă pe poziţia curentă trebuie să fi deschis mai puţin de N/2 paranteze, adică Nd<N/2.
Pentru a aşeza o paranteză închisă pe poziţia curentă trebuie să mai avem o paranteză pe care să o închidem, adică Nd>Ni.
La urcarea şi coborârea în stivă se modifică Nd sau Ni în funcţie de tipul parantezei de pe nivelul respectiv.

10.N copii se aseaza in sir indian. Se cunosc numele celor n copii. Sa se gaseasca toate posibilitatile de aranjare in sir.
11.Se cer toate solutiile de asezare in linie a m caini si n pisici astfel incat sa nu existe o pisica intre doi caini
12.Sa se genereze toate numerele palindrome de lungime n
16.Sa se decompuna un numar in suma de numere prime. Generati toate solutiile.
17.N copii se aseaza in cerc. Se cunosc numele celor n copii. Sa se gaseasca toate posibilitatile de rearanjare in cerc.
18.Se citeste un numar. Sa se genereze toate numerele avand aceleasi cifre ca el. Care este cel mai mare?
19.Sa se genereze anagramele unui cuvant.
20.Sa se genereze toate triunghiurile de perimetru n.
21.Sa se genereze toate numerele de lungime n formate doar cu cifre pare / impare
22.Scrieti un program care sa afiseze toate numerele de n (n<=10) cifre, formate numai din cifre distincte si care sunt divizibile cu 4.
23.Fiind data o multime de n cuburi, fiecare cub fiind caracterizat de lungimea laturii si culoarea sa, sa se scrie un program care sa genereze toate turnurile care se pot forma cu p cuburi astfel incat doua cuburi vecine sa nu aiba aceeasi culoare iar deasupra unui cub sa nu se poata aseza un cub cu latura mai mare.
24.Un grup de copii are la dispozitie n cartonase cu n cuvinte disticte pentru jocul "cerc de cuvinte". In acest joc un copil trebuie sa spuna un cuvant care sa aiba primele doua litere identice cu ultimele doua ale cuvantului spus de predecesorul lui. fiind dat un cuvant de inceput pentru joc, afisati varianta cu cele mai multe cuvinte care se pot obtine cu ajutorul cartonaselor date. Observatie: un sir de cuvinte nu va contine un cuvant de mai multe ori.
25. O persoana a uitat numarul de telefon al unui prieten. Stie doar ca numarul are 6 cifre, incepe cu 4 si contine 3 zerouri dintre care doua sunt alaturate. fisati toate variantele pe care trebuie sa le incerce pentru a vorbi cu prietenul sau.
26. La o masa rotunda sunt n persoane de diverse nationalitati, pentru fiecare persoana precizandu-se doua limbi straine cunoscute de ea. Se cere sa ajutati organizatorii mesei rotunde

sa aranjeze persoanele astfel incat fiecare sa poata conversa atat cu cea din stanga cat si cu cea din dreapta.

27. Sa se genereze numerele mai mici decat n citit care trecute in baza 2 au in componenta lor exact p cifre de 1.

28. Sa se genereze toate secventele in cod binar de lungime n. Pentru fiecare secventa se va genera numarul asociat in baza 10. Sa se genereze toate codurile posibile.

29. Sa se genereze toate numerele naturale ale caror cifre se gasesc printre cifrele lui x citit si au lungimea cel mult egala cu lungimea lui x. Cifrele se pot repeta.

30. In cate moduri poate ajunge un pion de pe prima linie a unei table bidimensionale cu n linii si n coloane pe ultima linie a tablei. Se cunoaste coloana de plecare p. Pionul se poate deplasa numai pe o casuta alaturata si numai pe o linie mai mare.

31. Sa se determine partitiile unui numar pt care suma inverselor obtinute este subunitara. Ex. n=5 3+2=5 si 1/3+1/2<1.

32. Se citeste un numar natural. Sa se determine toate numerele avand aceleasi cifre sau o parte din cifre si care sunt divizibile cu p citit

33. Sa se determine toate numerele cu cifre distincte. Cate astfel de numere sunt?

34. Sa se genereze toate numerele avand cifre distincte de la 0 la p. Numarul de cifre poate fi >=1 si <= p+1. Cate astfel de numere sunt?

Backtracking generalizat in plan

1. Sa se completeze o tabla de 5*5 cu saritura calului.
Iata doua solutii:

Aflati numarul de solutii si afisati tablele.

2. Se da un tablou bidimensional (m linii, n coloane si m*n componente) cu elemente distincte. Se dau si coordonatele primului punct. Ss se genereze un traseu in matrice pornind de la punctul dat astfel incat suma $\sum$ k*a[i][j] (unde k=1 $\rightarrow$ n*m) sa fie maxima. In matrice se poate avansa numai la elemente vecine (pe cele 8 directii).

Exemplu: n=m=4;pozitia initiala : linia 3,coloana 2;

13	14	3	4
12	2	15	5
11	1	16	6
10	9	8	7

Suma maxima va fi: 1*1+2*2+3*3+…+16*16.

3. Un labirint dreptunghiular cu m linii si n coloane contine culoare (reprezentate prin 0) si pereti (reprezentati prin 1). Se dau coordonatele initiale ale unui soricel si coordonatele finale , unde trebuie sa ajunga. Soricelul poate avansa sus, jos , stanga sau dreapta.(Incercati si cu cele 8 directii)
a. Sa se genereze toate solutiile.
b. Sa se afiseze soultia cea mai lunga (scurta)

Backtracking in plan

Fie urmatoare problema: un soricel se gaseste intr-un labirint de forma dreptunghiulara cu m linii si n coloane. Peretii sunt marcati cu 1 si culoarele cu 0. Se cunosc coordonatele initiale ale soricelului: Li, Ci. Sa se determine toate posibilitatile pe care le are soricelul pentru a iesi din labirint. Soricelul poate avansa pe 4 directii cate o celula (sus, dreapta , jos, stanga).
O astfel de problema presupune o abordare Backtracking in plan. Traseul soricelului va fi retinut de un vector cu doua campuri: coordonatele x si y. Vom defini un tip struct:

```
struct pozitie
        {int x,y;};
```

si vom declara un vector care retine drumul: pozitie d[50];

Laborator 10

Pentru generarea unui drum vom defini un subprogram recursiv oid ies(int x,int y) care primeste ca parametri coordonatele unei componente din matrice. Initial se apeleaza pentru coordonatele initiale ale soricelului. O componenta din matrice va putea apartine drumului daca evident este culoar (a[x][y]=0). O celula a matricii determinata ca apartinand drumului se marcheaza cu 2 (pentru a preveni ciclarile):

a[x][y]=2;
Se incarca valoarea corespunzatoare in vectorul d pe nivelul curent:
d[k].x=x;
d[k].y=y;

De fiecare data cand s-a determinat o noua celula ca apartinand drumului se determina daca s-a ajuns la solutie (conditie care difera de la o problema la alta).
In cazul probemei noastre se iese din labirint cand se ajunge la linia 0 sau coloana 0 sau linia m+1 sau coloana n+1. testul este:

```
if((x<1)||(x>m)||(y<1)||(y>n))
        tipar(k);
```

In caz afirmativ se tipareste (se afiseaza vectorul d si/sau matricea a) altfel (daca solutia este incompleta) se incearca parcurgerea, pe rand, a celor 4 celule alaturate. Acest lucru se realizeaza prin autoapelul functiei ies pe cele patru directii:

```
ies(x-1,y);
        ies(x,y+1);
        ies(x+1,y);
        ies(x,y-1);
```

Observatie: vectorul d functioneaza ca o stiva cu doua campuri.

La revenire din apel se elibereaza celula pentru a o putea accesa si in cadrul altor prelucrari: a[x][y]=0 si se elibereaza componenta drumului k=k-1 (practic se coboara in stiva).

```
void ies(int x,int y)
{if(a[x][y]==0)
  {k++;
   a[x][y]=2;
   d[k].x=x;
   d[k].y=y;
   if((x<1)||(x>m)||(y<1)||(y>n))
         tipar(k);
   else
       {ies(x-1,y);
         ies(x,y+1);
         ies(x+1,y);
         ies(x,y-1);
     }
   a[x][y]=0;    //la revenire din apel demarchez celula pentru a o putea
                 //accesa si in cadrul altei prelucrari
   k--;          //eliberez componenta din vectorul drumului
   }
```

```
}
```

Fie urmatorul labirint: m=6 n=10 Li=4, Ci=3

1 1 1 1 0 1 1 1 1 1
1 1 1 1 0 1 1 1 1 1
1 1 1 1 0 1 1 1 1 1
1 1 0 0 0 0 0 0 0 0
1 1 1 1 1 1 1 0 1 1
1 1 1 1 1 1 1 0 1 1

Solutiile vor fi:

solutia 1

(4,3) (4,4) (4,5) (3,5) (2,5) (1,5) (0,5)

1 1 1 1 2 1 1 1 1 1
1 1 1 1 2 1 1 1 1 1
1 1 1 1 2 1 1 1 1 1
1 1 2 2 2 0 0 0 0 0
1 1 1 1 1 1 1 0 1 1
1 1 1 1 1 1 1 0 1 1

solutia 2

(4,3) (4,4) (4,5) (4,6) (4,7) (4,8) (4,9) (4,10) (4,11)

1 1 1 1 0 1 1 1 1 1
1 1 1 1 0 1 1 1 1 1
1 1 1 1 0 1 1 1 1 1
1 1 2 2 2 2 2 2 2 2
1 1 1 1 1 1 1 0 1 1
1 1 1 1 1 1 1 0 1 1

solutia 3

(4,3) (4,4) (4,5) (4,6) (4,7) (4,8) (5,8) (6,8) (7,8)

1 1 1 1 0 1 1 1 1 1
1 1 1 1 0 1 1 1 1 1
1 1 1 1 0 1 1 1 1 1
1 1 2 2 2 2 2 2 0 0
1 1 1 1 1 1 1 2 1 1
1 1 1 1 1 1 1 2 1 1

Programul complet este:

```
#include<fstream.h>

struct pozitie
        {int x,y;};

int a[20][20];//labirintul

int k,n,m,Li,Ci,nr_sol;

pozitie d[50];

void afis_mat() //afiseaza matricea
{cout<<endl;
 for(int i=1;i<=m;i++)
   {for(int j=1;j<=n;j++)
     cout<<a[i][j]<<" ";
    cout<<endl;}
}

void tipar(int k) //tipareste vectorul drum
{nr_sol++;
cout<<"solutia "<<nr_sol<<endl;
for(int i=1;i<=k;i++)
   cout<<"("<<d[i].x<<','<<d[i].y<<") ";
afis_mat();
getch();
cout<<endl;}


void ies(int x,int y) //genereaza drumul
{if(a[x][y]==0)
   {k++;
    a[x][y]=2;
    d[k].x=x;
    d[k].y=y;
    if((x<1)||(x>m)||(y<1)||(y>n))
          tipar(k);
    else
        {ies(x-1,y);
          ies(x,y+1);
          ies(x+1,y);
          ies(x,y-1);
       }
    a[x][y]=0; //la revenire din apel demarchez celula pentru a o putea
                    //accesa si in cadrul altei prelucrari
    k--;//eliberez componenta din vectorul drumului
    }
}

void citire()
{ fstream f;
f.open("labir.txt",ios::in);
if(f)
   cout<<"ok";
else
   cout<<"eroare la deschidere";
```

```
//Citesc matricea ce reprezinta labirintul
f>>m>>n;

for(int i=1;i<=m;i++)
  for(int j=1;j<=n;j++)
        f>>a[i][j];

f>>Li>>Ci; //coordonatele punctului in care se afla soricelul
}

int main()
{
        k=0;
        citire();
        ies(Li,Ci);
        afis_mat();
}
```

Probleme propuse spre rezolvare

1. Aceeasi problema ca in exemplu cu diferenta ca soricelul poate avansa in celule alaturate pe cele 8 directii posibile
2. Un soricel se gaseste intr-un labirint de forma dreptunghiulara cu m linii si n coloane. Peretii sunt marcati cu 1 si culoarele cu 0. Se cunosc coordonatele initiale ale soricelului: Li, Ci. Sa se determine toate posibilitatile pe care le are soricelul pentru a iesi ajunge la cascaval. Se cunosc coordonatele cascavalului: Lf,Cf.
3. Aceeasi problema ca la 2 cu diferenta ca se afiseaza doar cea mai scurta solutie.
4. Un labirint dreptunghiular cu m linii si n coloane contine culoare (reprezentate prin 0) si pereti (reprezentati prin -1). Se dau coordonatele initiale ale unui soricel si coordonatele finale , unde trebuie sa ajunga. Pe culoare se gasesc bucati de branza pt care se cunoaste greutatea in grame.
    a) Sa se genereze toate solutiile., pt fiecare se afiseaza cantitatea consumata
    b) Sa se afiseze soultia cea mai „consistenta” Indicatie: se vor marca cu -2 celulele parcurse si se vor retine in vectorul drum inclusiv cantitatea condumata. Matricea se borda cu pereti (-1).
5. Pe o tabla de forma dreptunghiulara se afla un cal. Se cunosc coordonatele initiale ale calului. Acesta trebuie sa ajunga intr-o pozitie finala sarind numai sub forma sariturii calului. Stiind ca numai anumite celule sunt permise sariturii (acestea sunt marcate) sa se determine ce posibilitati sunt ca sa se ajunga in pozitia finala.
6. Romeo si Julieta se gasesc intr-un labirint (se cunosc culoarele si peretii si coordonatele celor doi indragostiti).
    a) Exista posibilitatea ca Romeo sa ajunga la Julieta?
    b) in cazul in care cei doi se indreapta simultan unul catre celalat pentru fiecare solutie se va afisa locul intalnirii (coordonatele celulelor alaturate sau celulei comune de intalnire)